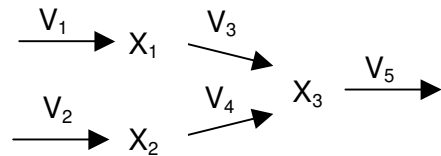


TD3 – Matrices de stoechiométrie, Diagonalisation

Exercice 1 :

On considère le réseau métabolique suivant :

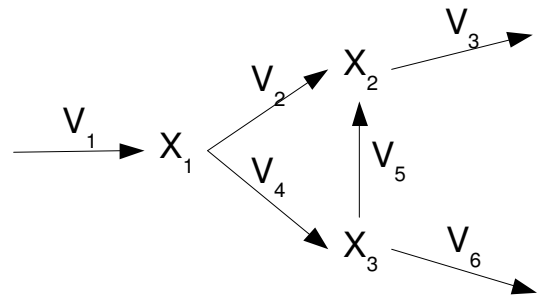


on rappelle : $V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}$

1. Ecrire sa matrice de stoechiométrie N.
2. Quel est le rang de la matrice N ? (il faut justifier).
3. En déduire le rang du noyau de N, c'est à dire la dimension de l'espace des solutions.
4. Ecrire les équations que doivent vérifier les vitesses pour assurer un état stationnaire
5. Proposer une base du noyau, c'est à dire des vecteurs V indépendants satisfaisant $N.V = 0$ et pouvant générer l'ensemble des solutions.

Exercice 2 :

On considère le réseau métabolique suivant :



on rappelle : $V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}$

1. Ecrire sa matrice de stoechiométrie N.
2. Quel est le rang de la matrice N ? (il faut justifier).
3. En déduire le rang du noyau de N, c'est à dire la dimension de l'espace des solutions.
4. Ecrire les équations que doivent vérifier les vitesses pour assurer un état stationnaire
5. Proposer une base du noyau, c'est à dire des vecteurs V indépendants satisfaisant $N.V = 0$ et pouvant générer l'ensemble des solutions.

Exercice 3 :

Soit les matrices de stoechiométrie suivantes :

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$C = \begin{matrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$D = \begin{matrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 & V_7 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Quels sont les réseaux métaboliques correspondants ?

Exercice 4 :

Calculer les valeurs propres et diagonaliser les matrices suivantes si c'est possible :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Exercice 5 :

Soit M la matrice $M = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Pour quelle valeur du réel a cette matrice est-elle diagonalisable ?

Exercice 6 :

On considère la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 12 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ et $B=A+I$.

1. Calculer B^3 . En déduire A^n .
2. Quelles sont les valeurs propres possibles de A ? A est-elle diagonalisable ?

Exercice 7 :

Soit $B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ -5 & 4 & 0 \\ 8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Le but de l'exercice est de trouver une matrice A telle que $A^2 = B$.

1. Trouver une matrice D diagonale et une matrice P inversible telles que $D = P^{-1}BP$.
2. Trouver une matrice diagonale D' telle que $D'^2 = D$.
3. Montrer qu'en posant $A = PD'P^{-1}$, on trouve une solution au problème posé.